Marco Kunze (makunze@cs.tu-berlin.de) **SS 2002**
Sebastian Nowozin (nowozin@cs.tu-berlin.de) **24.06.2002**

Lösungen zum 9. Übungsblatt TheGI2

Lösung zu Aufgabe 1:

insert(delete(new-line), d_1)
insert(delete(insert(new-line, d_2)), d_1)
insert(delete(delete(new-line)), d_1)
insert(delete(delete(insert(new-line, d_1))), d_1)

Lösung zu Aufgabe 2:

- linke Seite:

$$\begin{array}{l|l} delete(delete(insert(new-line, d_1))) & [e2]\sigma : l \mapsto new-line, d \mapsto d_1 \\ delete(new-line) & [e1] \\ new-line & \end{array}$$

- rechte Seite:

$$\begin{array}{l|l} delete(insert(delete(new-line), d_1)) & [e2]\sigma : l \mapsto delete(new-line), d \mapsto d_1 \\ delete(new-line) & [e1] \\ new-line & \end{array}$$

Lösung zu Aufgabe 3:

Behauptung: $\forall t_l \in T_{\Sigma,line} : \exists r_l \in R_{line} : t_l \sim^E_{line} r_l$
Beweis: (durch strukturelle Induktion)

- Induktionsverankerung: Konstante $new - line$ Offensichtlich gilt:

$$new - line \sim^E_{line} new - line$$

Da $new - line \in T_{\Sigma,line}$ und $new - line \in \mathbb{R}_{line}$, gilt die Behauptung.

- Induktionsschritt: Für die Operationen
  - (a) $insert$: Sei $l \in T_{\Sigma,line}$ und $d \in T_{\Sigma,data}$.o
    - Induktionsvoraussetzung: $\exists r_l \in R_{line}$ mit $l \sim^E_{line} r_l$.
    - Induktionsbehauptung: Dann existiert auch $r \in R_{line}$ mit $insert(l, d) \sim^E_{line} r$.
    - Induktionsbeweis: Durch die auf dem Aufgabenblatt vorgegebene Aussage folgt: $\exists r_d \in R_{data}$ mit $d \sim^E_{data} r_d$.
    $\overset{I.V}{\Rightarrow} insert(l, d) \sim^E_{line} \underbrace{insert(r_l, r_d)}_{\in R_{line}}$
    $\overset{Def.R_{line}}{\Rightarrow}$ Es existiert $insert(r_l, r_d) \in R_{line}$ mit $insert(l, d) \sim^E_{line} insert(r_l, r_d)$.
  - (b) $delete$ Sei $l \in T_{\Sigma,line}$.
    - Induktionsvoraussetzung: $\exists r_l \in R_{line}$ mit $l \sim^E_{line} r_l$.

- Induktionsbehauptung: Dann existiert auch $r \in R_{line}$ mit $delete(l) \sim^E_{line} r$.
- Induktionsbeweis:
  $\overset{I.V}{\Rightarrow} delete(l) \sim^E_{line} delete(r_l)$
  $\overset{Def.R_{line}}{\Rightarrow}$ Es existiert $delete(r_l) \in R_{line}$ mit $delete(l) \sim^E_{line} delete(r_l)$.

Da die Behauptung für alle Operationen gezeigt wurde, gilt sie für alle $t_l \in T_{\Sigma,line}$, was zu zeigen war.