

## Lösungen zum 9. Übungsblatt TheGI2

### Lösung zu Aufgabe 1:

insert(delete(new-line), d<sub>1</sub>)  
 insert(delete(insert(new-line, d<sub>2</sub>), d<sub>1</sub>), d<sub>1</sub>)  
 insert(delete(delete(new-line)), d<sub>1</sub>)  
 insert(delete(delete(insert(new-line, d<sub>1</sub>))), d<sub>1</sub>)

### Lösung zu Aufgabe 2:

- linke Seite:

$$\left. \begin{array}{l} \text{delete}(\text{delete}(\text{insert}(\text{new} - \text{line}, d_1))) \\ \text{delete}(\text{new} - \text{line}) \\ \text{new} - \text{line} \end{array} \right| \begin{array}{l} [e2]\sigma : l \mapsto \text{new} - \text{line}, d \mapsto d_1 \\ [e1] \end{array}$$

- rechte Seite:

$$\left. \begin{array}{l} \text{delete}(\text{insert}(\text{delete}(\text{new} - \text{line}), d_1)) \\ \text{delete}(\text{new} - \text{line}) \\ \text{new} - \text{line} \end{array} \right| \begin{array}{l} [e2]\sigma : l \mapsto \text{delete}(\text{new} - \text{line}), d \mapsto d_1 \\ [e1] \end{array}$$

### Lösung zu Aufgabe 3:

Behauptung:  $\forall t_l \in T_{\Sigma, \text{line}} : \exists r_l \in R_{\text{line}} : t_l \sim_{\text{line}}^E r_l$

Beweis: (durch strukturelle Induktion)

- Induktionsverankerung: Konstante  $\text{new} - \text{line}$  Offensichtlich gilt:

$$\text{new} - \text{line} \sim_{\text{line}}^E \text{new} - \text{line}$$

Da  $\text{new} - \text{line} \in T_{\Sigma, \text{line}}$  und  $\text{new} - \text{line} \in R_{\text{line}}$ , gilt die Behauptung.

- Induktionsschritt: Für die Operationen

(a) *insert*: Sei  $l \in T_{\Sigma, \text{line}}$  und  $d \in T_{\Sigma, \text{data}}$ .

- Induktionsvoraussetzung:  $\exists r_l \in R_{\text{line}}$  mit  $l \sim_{\text{line}}^E r_l$ .
- Induktionsbehauptung: Dann existiert auch  $r \in R_{\text{line}}$  mit  $\text{insert}(l, d) \sim_{\text{line}}^E r$ .
- Induktionsbeweis: Durch die auf dem Aufgabenblatt vorgegebene Aussage folgt:  
 $\exists r_d \in R_{\text{data}}$  mit  $d \sim_{\text{data}}^E r_d$ .  
 $\stackrel{I.V.}{\Rightarrow} \text{insert}(l, d) \sim_{\text{line}}^E \underbrace{\text{insert}(r_l, r_d)}_{\in R_{\text{line}}}$

$\stackrel{\text{Def. } R_{\text{line}}}{\Rightarrow}$  Es existiert  $\text{insert}(r_l, r_d) \in R_{\text{line}}$  mit  $\text{insert}(l, d) \sim_{\text{line}}^E \text{insert}(r_l, r_d)$ .

(b) *delete* Sei  $l \in T_{\Sigma, \text{line}}$ .

- Induktionsvoraussetzung:  $\exists r_l \in R_{\text{line}}$  mit  $l \sim_{\text{line}}^E r_l$ .

- Induktionsbehauptung: Dann existiert auch  $r \in R_{line}$  mit  $delete(l) \sim_{line}^E r$ .
- Induktionsbeweis:  
 $\xRightarrow{I.V.} delete(l) \sim_{line}^E delete(r_l)$   
 $\xRightarrow{Def. R_{line}} \text{Es existiert } delete(r_l) \in R_{line} \text{ mit } delete(l) \sim_{line}^E delete(r_l)$ .

Da die Behauptung für alle Operationen gezeigt wurde, gilt sie für alle  $t_l \in T_{\Sigma, line}$ , was zu zeigen war.