Christian Hoffmann (snick@cs.tu-berlin.de)
Marco Kunze (makunze@cs.tu-berlin.de)
Sebastian Nowozin (nowozin@cs.tu-berlin.de)

WS 2001/2002
26. 11. 2001

Lösungen zum 5. Übungsblatt zur Mafi I

Lösung zu Aufgabe 17:

(a)

(b)

$$b_n := \frac{n^8 + 7n}{(n+2)^2} = \frac{n^8 + 7n}{n^2 + 4n + 4} = \frac{1 + \frac{7}{n^7}}{n^{-6} + 4n^{-7} + 4n^{-8}}$$

$$b_n \; n \stackrel{\rightarrow}{\to} \infty \; \infty$$

(c)

(d)

$$d_n := (-1)^5 \frac{7n+2}{3n^2-5} = (-1)^n \frac{7n^{-1} + 2n^{-2}}{3 - 5n^{-2}}$$

$$d_n \; n \stackrel{\rightarrow}{\to} \infty \; 0$$

(e)

(f)

$$f_n := \frac{(n!)^2}{(2n)!} = \frac{n^2 \cdot (n-1)^2 \cdot \ldots \cdot 1^2}{2n \cdot (2(n-1)+1) \cdot 2(n-1) \cdot \ldots \cdot 1} = \frac{n^2}{2n} \cdot \frac{(n-1)^2}{(2(n-1)+1)\,(2(n-1))} \cdot \frac{(n-2)^2}{(2(n-2)+1)\,(2(n-2))} \cdot \ldots \cdot \frac{1}{1} = \frac{n}{2} \cdot \frac{1}{4 + \frac{2}{n-1}} \cdot \frac{1}{4 + \frac{2}{n-2}} \cdot \ldots \cdot 1 \leq \frac{n}{2} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{n-2} \cdot 1 = \frac{n}{2 \cdot 4^{n-2}}$$

$$f_n \; n \stackrel{\rightarrow}{\to} \infty \; 0$$

Lösung zu Aufgabe 18:

(a)

$$a_n := \frac{1}{n^2} \qquad b_n := n$$

(b)

$$c_n := 7n^2$$

(c)

$$d_n := (-1)^n n^2$$

(d)

$$e_n := \begin{cases} n^2 - \frac{1}{n} & \text{für } n = 2k,\ k \in \mathbb{N} \\ n^3 & \text{für } n = 2k+1,\ k \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Lösung zu Aufgabe 19:

(a)

(b) Die Behauptung ist falsch. Gegenbeispiel:

$$a_n := n \qquad b_n := -n$$