Technische Universität Berlin **WS 2001/2002**
Prof. J. Gärtner **19. 11. 2001**
R. Dahms

5. Übungsblatt zur Mafi I

Aufgabe 17: Untersuchen Sie die folgenden Folgen auf Konvergenz und berechnen Sie gegebenenfalls deren Grenzwerte.

(a) $a_n := \dfrac{(n-1)(n+1)(n^2+n)}{1-n^4-7n^2}$, $n \in \mathbb{N}$.

(b) $b_n := \dfrac{n^8+7n}{(n+2)^2}$, $n \in \mathbb{N}$.

(c) $c_n := (-1)^{3n}\dfrac{2n^2+5}{3n^2}$, $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$.

(d) $d_n := (-1)^{5n}\dfrac{7n+2}{3n^2-5}$, $n \in \mathbb{N}$.

(e) $e_n := (-1)^{3n+1} - (-1)^{3(n+1)}$, $n \in \mathbb{N}$.

(f) $f_n := \dfrac{(n!)^2}{(2n)!}$, $n \in \mathbb{N}$.

Hinweis: Hier dürfen (und sollten) Sie die Grenzwertsätze verwenden.

1+1+1+1+1+2 Punkte

Aufgabe 18: Geben Sie eine Nullfolge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und unbeschränkte Folgen $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$, $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$, $(d_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(e_n)_{n\in\mathbb{N}}$ an, so daß:

(a) $(a_nb_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Nullfolge ist.

(b) $\lim\limits_{n\to\infty} a_nc_n = 7$.

(c) $(a_nd_n)_{n\in\mathbb{N}}$ beschränkt aber nicht konvergent ist.

(d) $(a_ne_n)_{n\in\mathbb{N}}$ genau einen Häufungspunkt besitzt und divergiert.

4 Punkte

Aufgabe 19: Seien $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ zwei Folgen. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

(a) $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert und $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ divergiert $\Longrightarrow$ $(a_n+b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ divergiert.

(b) $(a_n+b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert $\Longrightarrow$ $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergieren.

3+3 Punkte

Aufgabe 20: Gegeben seien eine Nullfolge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und eine beschränkte Folge $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$. Beweisen Sie, daß $(a_nb_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Nullfolge ist. **3 Punkte**

Abgabe: Spätestens zu Beginn der Übung am 28. 11. 2001.

Weitere Information zur Vorlesung sind unter **www.math.tu-berlin.de/~mafi1** zu finden.