

5. Übungsblatt zur Mafi I

Aufgabe 17: Untersuchen Sie die folgenden Folgen auf Konvergenz und berechnen Sie gegebenenfalls deren Grenzwerte.

(a) $a_n := \frac{(n-1)(n+1)(n^2+n)}{1-n^4-7n^2}, n \in \mathbb{N}.$

(b) $b_n := \frac{n^8+7n}{(n+2)^2}, n \in \mathbb{N}.$

(c) $c_n := (-1)^{3n} \frac{2n^2+5}{3n^2}, n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}.$

(d) $d_n := (-1)^{5n} \frac{7n+2}{3n^2-5}, n \in \mathbb{N}.$

(e) $e_n := (-1)^{3n+1} - (-1)^{3(n+1)}, n \in \mathbb{N}.$

(f) $f_n := \frac{(n!)^2}{(2n)!}, n \in \mathbb{N}.$

Hinweis: Hier dürfen (und sollten) Sie die Grenzwertsätze verwenden.

1+1+1+1+1+2 Punkte

Aufgabe 18: Geben Sie eine Nullfolge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ und unbeschränkte Folgen $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}, (c_n)_{n \in \mathbb{N}}, (d_n)_{n \in \mathbb{N}}$ und $(e_n)_{n \in \mathbb{N}}$ an, so daß:

- (a) $(a_n b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Nullfolge ist.
- (b) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n c_n = 7.$
- (c) $(a_n d_n)_{n \in \mathbb{N}}$ beschränkt aber nicht konvergent ist.
- (d) $(a_n e_n)_{n \in \mathbb{N}}$ genau einen Häufungspunkt besitzt und divergiert.

4 Punkte

Aufgabe 19: Seien $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ und $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ zwei Folgen. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

- (a) $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ konvergiert und $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ divergiert $\implies (a_n + b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ divergiert.
- (b) $(a_n + b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ konvergiert $\implies (a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ und $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ konvergieren.

3+3 Punkte

Aufgabe 20: Gegeben seien eine Nullfolge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ und eine beschränkte Folge $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$. Beweisen Sie, daß $(a_n b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Nullfolge ist.

3 Punkte

Abgabe: Spätestens zu Beginn der Übung am 28. 11. 2001.

Weitere Information zur Vorlesung sind unter www.math.tu-berlin.de/~mafi1 zu finden.