Technische Universität Berlin **WS 2001/2002**
Prof. J. Gärtner **05. 11. 2001**
R. Dahms

3. Übungsblatt zur Mafi I

Aufgabe 9: Berechnen Sie für $(a, b, c) = (2, 1, 3)$ die folgenden Ausdrücke:

$$(a+b)^c, \quad a^{b^c}, \quad (a^b)^c, \quad a^{b+c}, \quad a^b + a^c, \quad a^c + b^c\,.$$

3 Punkte

Aufgabe 10: Sei K ein Körper.

(a) Beweisen Sie:

$$\forall\, a, b \in K\backslash\{0\}\ \forall\, n \in \mathbb{Z} \qquad a^n b^n = (ab)^n\,.$$

(b) Schließen Sie aus (a) auf:

$$\forall\, n \in \mathbb{Z}\ \forall\, a \in K\backslash\{0\} \qquad a^{-n} = (a^n)^{-1}\,.$$

Hierbei dürfen Sie nur die Definition eines Körpers (Skript 7.1), die Rechenregeln für die Multiplikation und Addition (Skript 7.2) und die Definition von Potenzen (Skript 7.6) verwenden.

4+4 Punkte

Aufgabe 11: Sei $q \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$. Die natürlichen Zahlen a_n, $n \in \mathbb{N}$, definieren wir durch

$$a_0 := q \qquad \text{und} \qquad a_{n+1} := \frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^{n} a_k a_{n-k}\,.$$

Zeigen Sie, daß für alle $n \in \mathbb{N}$

$$a_n = q^{n+1}$$

erfüllt ist.

Hinweis: Skript 3.21.

4 Punkte

Aufgabe 12: Zeigen Sie für alle $a, b, n \in \mathbb{N}$:

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{a}{k}\binom{b}{n-k} = \binom{a+b}{n}.$$

Hinweis: Vollständige Induktion über b. Es gilt für alle $k, n \in \mathbb{N}$ (siehe Skript 7.9.):

$$\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1}.$$

5 Punkte

Abgabe: Spätestens zu Beginn der Übung am 14. 11. 2001.

Weitere Anmeldungen zu den Tutorien nur noch über e-mail an mafi1@math.tu-berlin.de oder persönlich in der Sprechstunde von René möglich.

Das erste Übungsblatt geht **nicht** in die Bewertung mit ein.

Weitere Information zur Vorlesung sind unter **www.math.tu-berlin.de/˜mafi1** zu finden.