

1. Übungsblatt zur Mafi I

Aufgabe 1: Seien A und B Aussagen. Untersuchen Sie, ob die folgenden Aussagen wahr sind:

- (a) $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$
- (b) $\neg(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$
- (c) $(A \vee B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$

6 Punkte

Aufgabe 2: Verneinen Sie die folgende Aussagen vollständig:

- (a) Wenn es regnet oder schneit, sind alle Schafe im Stall.
- (b) Alle Studies bestehen die Klausur oder sind entweder faul oder krank.

4 Punkte

Aufgabe 3: Wir betrachten die logische Verknüpfung

$A \text{ NOR } B:$	A	B	$A \text{ NOR } B$
	wahr	wahr	falsch
	wahr	falsch	falsch
	falsch	wahr	falsch
	falsch	falsch	wahr

Zeigen Sie, daß die folgenden logischen Verknüpfungen nur durch die Verwendung von „NOR“ dargestellt werden können:

(a) $A \text{ AND } B:$	(b) $A \text{ XOR } B:$	(c) FALSE:																																													
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">A</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">B</td> <td style="padding: 5px;">$A \text{ AND } B$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">wahr</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">wahr</td> <td style="padding: 5px;">wahr</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">wahr</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">falsch</td> <td style="padding: 5px;">falsch</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">falsch</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">wahr</td> <td style="padding: 5px;">falsch</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">falsch</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">falsch</td> <td style="padding: 5px;">falsch</td> </tr> </table>	A	B	$A \text{ AND } B$	wahr	wahr	wahr	wahr	falsch	falsch	falsch	wahr	falsch	falsch	falsch	falsch	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">A</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">B</td> <td style="padding: 5px;">$A \text{ XOR } B$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">wahr</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">wahr</td> <td style="padding: 5px;">falsch</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">wahr</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">falsch</td> <td style="padding: 5px;">wahr</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">falsch</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">wahr</td> <td style="padding: 5px;">wahr</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">falsch</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">falsch</td> <td style="padding: 5px;">falsch</td> </tr> </table>	A	B	$A \text{ XOR } B$	wahr	wahr	falsch	wahr	falsch	wahr	falsch	wahr	wahr	falsch	falsch	falsch	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">A</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">B</td> <td style="padding: 5px;">FALSE</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">wahr</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">wahr</td> <td style="padding: 5px;">falsch</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">wahr</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">falsch</td> <td style="padding: 5px;">falsch</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">falsch</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">wahr</td> <td style="padding: 5px;">falsch</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">falsch</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">falsch</td> <td style="padding: 5px;">falsch</td> </tr> </table>	A	B	FALSE	wahr	wahr	falsch	wahr	falsch	falsch	falsch	wahr	falsch	falsch	falsch	falsch
A	B	$A \text{ AND } B$																																													
wahr	wahr	wahr																																													
wahr	falsch	falsch																																													
falsch	wahr	falsch																																													
falsch	falsch	falsch																																													
A	B	$A \text{ XOR } B$																																													
wahr	wahr	falsch																																													
wahr	falsch	wahr																																													
falsch	wahr	wahr																																													
falsch	falsch	falsch																																													
A	B	FALSE																																													
wahr	wahr	falsch																																													
wahr	falsch	falsch																																													
falsch	wahr	falsch																																													
falsch	falsch	falsch																																													

Hinweis: Z.B. ist $A \text{ OR } B = (A \text{ NOR } B) \text{ NOR } (A \text{ NOR } B)$, denn

A	B	$A \text{ OR } B$	$A \text{ NOR } B$	$(A \text{ NOR } B) \text{ NOR } (A \text{ NOR } B)$
wahr	wahr	wahr	falsch	wahr
wahr	falsch	wahr	falsch	wahr
falsch	wahr	wahr	falsch	wahr
falsch	falsch	falsch	wahr	falsch

6 Punkte

Aufgabe 4: Seien A, B, C, D Teilmengen von \mathbb{R} . Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

- (a) $(A \cup B) \times (C \cup D) = (A \times C) \cup (B \times D)$
- (b) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

4 Punkte

Abgabe: Spätestens zu Beginn der Übung am 31. 10. 2001.

Weitere Information zur Vorlesung sind unter www.math.tu-berlin.de/~mafi1 zu finden.