

7. Übungsblatt zur Mafi II

(korrigierte Fassung)

Aufgabe 23: Es seien

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & -2 & -2 \\ 3 & 0 & 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad x_0 = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 7 \\ -7 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Überprüfen Sie, dass x_0 eine Lösung des Gleichungssystems $Ax = b$ ist. Ermitteln Sie die gesamte Lösungsmenge von $Ax = b$ mit Hilfe der Lösungen des zugehörigen homogenen Gleichungssystems.

4 Punkte

Aufgabe 24: Gegeben sind die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Überprüfen Sie, ob diese Matrizen regulär sind, und berechnen Sie gegebenenfalls ihre Inverse. **6 Punkte**

Aufgabe 25: Es seien A und B zwei (n, n) -Matrizen. Zeigen Sie Folgendes.

- (a) A regulär und $AB = E \implies BA = E$.
- (b) A und B regulär $\implies AB$ regulär und $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
- (c) A und B regulär und $AB = BA \implies A^{-1}B^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

2+2+2 Punkte

Aufgabe 26: Sei $\alpha \in \mathbb{R}$ beliebig und sei $\beta := 2 + \alpha$ und $\gamma := 2 - \alpha$. Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt

$$\begin{pmatrix} 2 & \alpha \\ \alpha & 2 \end{pmatrix}^n = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \beta^n + \gamma^n & \beta^n - \gamma^n \\ \beta^n - \gamma^n & \beta^n + \gamma^n \end{pmatrix}.$$

4 Punkte

Abgabe: Spätestens zu Beginn der Übung am 12. bzw. 13. Juni 2002.

Organisatorische Hinweise:

- Das **Fachmentorium** wird auf **Dienstag, 16 - 18 Uhr, Raum MA 649** verlegt.
- Die **Anmeldung für die prüfungsrelevante Studienleistung** erfolgt (persönlich, unter Vorlage des Laufzettels, des Studierendenausweises und eines gültigen amtlichen Ausweises mit Lichtbild) **in den Übungen in der Zeit vom 29.05. bis 06.06.** Es können nur StudentInnen an der Klausur und am Übungsbetrieb teilnehmen, die sich hier anmelden. Es ist **nicht** möglich, sich wieder abzumelden.
- Als **Wiederholer** gelten nur Studierende, die eine Mafi-II-Klausur im vorigen Jahr nicht bestanden haben, oder an solch einer wegen Krankheit nicht teilnehmen konnten. Da diese Studierenden schon angemeldet sind, brauchen sie nur zur Klausur zu erscheinen und diese zu bestehen.