

2. Übungsblatt zur Mafi II

Aufgabe 5: Benutzen den Gauß-Algorithmus, um sämtliche Lösungen der folgenden linearen Gleichungssysteme zu bestimmen.

(i)

$$\begin{cases} x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 1 \\ 2x_1 & - & 3x_2 & & & = & 3 \\ -4x_1 & + & 13x_2 & + & 6x_3 & = & -7 \end{cases}$$

(ii)

$$\begin{cases} 2x_1 & & - & x_3 & + & x_4 & = & 2 \\ & - & x_2 & + & 4x_3 & - & x_4 & = & -1 \\ 4x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & x_4 & = & 0 \end{cases}$$

(iii)

$$\begin{cases} x_1 & - & x_2 & + & x_3 & & = & 3 \\ -2x_1 & + & x_2 & - & 6x_3 & + & x_4 & = & 2 \\ 5x_1 & - & 3x_2 & + & 13x_3 & - & 2x_4 & = & 5 \end{cases}$$

9 Punkte

Aufgabe 6: Ermitteln Sie mit Hilfe des Gauß-Algorithmus, für welche Werte des Parameters $\alpha \in \mathbb{R}$ das folgende Gleichungssystem (i) keine Lösung, (ii) genau eine Lösung bzw. (iii) unendlich viele Lösungen besitzt.

$$\begin{cases} x_1 & + & 2x_2 & - & \alpha x_3 & = & 1 \\ 2x_1 & + & 9x_2 & + & x_3 & = & 5 \\ x_1 & + & (5\alpha + 2)x_2 & + & 2x_3 & = & 3 + \alpha \end{cases}$$

6 Punkte

Aufgabe 7: Es sei E_1 die Ebene im $\mathbb{R}^3$, die die Punkte $P_1 = (2; 4; -1)$, $P_2 = (1; -4; 2)$ und $P_3 = (0; 2; 1)$ enthält. Ferner sei E_2 die Ebene im $\mathbb{R}^3$, die die Gerade durch den Ursprung und $(1; 1; 1)$ sowie den Punkt $Q = (2; 0; 3)$ enthält.

(i) Ermitteln Sie je eine Gleichungsdarstellung für die Ebenen E_1 und E_2 .

(ii) Benutzen Sie Ihr Ergebnis aus (i), um die Schnittmenge von E_1 und E_2 zu ermitteln.

5 Punkte

Abgabe: Spätestens zu Beginn der Übung am 2. bzw. 8. Mai 2002.