**Marco Kunze** (`makunze@cs.tu-berlin.de`)
**Sebastian Nowozin** (`nowozin@cs.tu-berlin.de`)
**Sebastian Russin** (`srussin@cs.tu-berlin.de`)

**SS 2002**
**15. 4. 2002**

# Lösungen zum 1. Übungsblatt zur Mafi II

**Lösung zu Aufgabe 1:**

(a) Zu zeigen: Aus einem Paar $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ ist $x$ und auch $y$ eindeutig bestimmbar.

$$\begin{array}{rrcl} & 2x + 3y & = & a \\ - & 2x + 4y & = & 2b \quad (\cdot 2 \text{ genommen}) \\ & -y & = & a - 2b \quad \Rightarrow \quad y = 2b - a \end{array}$$

$$\begin{array}{rrcl} & 2x + 3y & = & a \\ - & \frac{3}{2}x + 3y & = & \frac{3}{2}b \quad (\cdot \frac{3}{2} \text{ genommen}) \\ & \frac{1}{2}x & = & a - \frac{3}{2}b \quad \Rightarrow \quad x = 2a - 3b \end{array}$$

Somit ist gezeigt was zu zeigen war.

(b) VORSICHT VOR DEN IDEN DES MAERZ

**Lösung zu Aufgabe 2:**

$g_1$ und $g_2$

$$\begin{array}{rcl} & \lambda \binom{1}{-1} + \binom{1}{0} & = \mu \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \Rightarrow & \lambda - 3\mu & = -3 \\ \wedge & -\lambda + 2\mu & = 1 \\ \Leftrightarrow & \lambda & = 2\mu - 1 \\ \wedge & \lambda - 3\mu & = -3 \\ \Rightarrow & 2\mu - 1 - 3\mu & = -3 \\ \Leftrightarrow & \mu & = 2 \\ \Rightarrow & \lambda & = 3 \\ \Rightarrow & S_{12} = (4, -3) & \end{array}$$

$g_2$ und $g_3$

$$\begin{array}{rcl} & \lambda \binom{3}{-2} + \binom{-2}{1} & = \mu \begin{pmatrix} a+1 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} \\ \Leftrightarrow & 3\lambda - 2 & = (a+1)\mu - 1 \\ \wedge & -2\lambda + 1 & = 3\mu - 1 \\ \Leftrightarrow & 3\lambda & = (a+1)\mu + 1 \\ \wedge & -2\lambda & = 3\mu - 2 \end{array}$$

$$
\begin{aligned}
\Rightarrow \quad & \lambda && = -\frac{3}{2}\mu + 1 \\
\Rightarrow \quad & 3\left(-\tfrac{3}{2}\mu + 1\right) && = (a+1)\mu + 1 \\
\Leftrightarrow \quad & \left(a + \tfrac{11}{2}\right)\mu && = 2 \\
\overset{a \neq -\frac{11}{2}}{\Rightarrow} \quad & \mu && = \frac{2}{\left(a + \frac{11}{2}\right)} \\
\Rightarrow \quad & \lambda && = -\frac{3}{a + \frac{11}{2}} + 1
\end{aligned}
$$

$$
x_s = (a+1)\left(\frac{2}{a + \frac{11}{2}}\right) - 1 = \frac{a - \frac{7}{2}}{a + \frac{11}{2}}
$$

$$
y_s = 3\left(\frac{2}{a + \frac{11}{2}}\right) - 1 = \frac{-a + \frac{1}{2}}{a + \frac{11}{2}}
$$

Für $a = -\frac{11}{2}$ gibt es keine Lösung, da dann $g_2$ und $g_3$ parallel zueinander sind. Für $a \neq -\frac{11}{2}$ gilt:

$$
S_{23}\left(\frac{a - \frac{7}{2}}{a + \frac{11}{2}}, \frac{-a + \frac{1}{2}}{a + \frac{11}{2}}\right)
$$

$g_1$ und $g_3$

$$
\begin{aligned}
& \lambda\tbinom{1}{-1} + \tbinom{1}{0} && = \mu\begin{pmatrix} a+1 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
\Leftrightarrow \quad & \lambda + 1 && = (a+1)\mu - 1 \\
\wedge \quad & -\lambda && = 3\mu - 1 \\
\Leftrightarrow \quad & \lambda && = (a+1)\mu - 2 \\
\wedge \quad & \lambda && = -3\mu + 1 \\
\Rightarrow \quad & (a+4)\mu && = 3 \\
\overset{a \neq -4}{\Rightarrow} \quad & \mu = \tfrac{3}{a+4} && \\
\Rightarrow \quad & \lambda && = \frac{a-5}{a+4}
\end{aligned}
$$

$$
\Rightarrow x_s = \frac{a - 5 + a + 4}{a+4} = \frac{2a - 1}{a+4}
$$

$$
\Rightarrow y_s = \frac{-a + 5}{a+4}
$$

Für $a = 4$ sind $g_1$ und $g_3$ parallel und es existiert kein Schnittpunkt. Für $a \neq 4$ gilt:

$$
S_{13}\left(\frac{2a-1}{a+4}, \frac{-a+5}{a+4}\right)
$$

**Lösung zu Aufgabe 3:**

$$
\begin{aligned}
& 12j_1 + 8j_2 && = 360 \\
\wedge \quad & j_1 + j_2 && = 40 \\
\Rightarrow \quad & 12j_1 + 320 - 8j_1 && = 360 \\
\Leftrightarrow \quad & j_1 && = 10 \\
\Rightarrow \quad & j_2 && = 40 - 10 = 30
\end{aligned}
$$

**Lösung zu Aufgabe 4:**

$$\begin{aligned}
& t \cdot 100\tfrac{km}{h} + t \cdot 80\tfrac{km}{h} && = 300km \\
\Rightarrow \quad & t\left(180\tfrac{km}{h}\right) && = 300km \\
\Rightarrow \quad & t && = \frac{15}{9}h = 1 \text{ Stunde und 40 Minuten}
\end{aligned}$$

Nach 1 Stunde und 40 Minuten treffen die beiden aufeinander. Das entspricht dann $\frac{15}{9} \cdot 100\frac{km}{h} \approx 167km$ vom Startpunkt von Herrn A, und $\frac{15}{9} \cdot 80\frac{km}{h} \approx 133km$ vom Startpunkt von Frau A.