Technische Universität Berlin **WS 2001/2002**
Prof. J. Gärtner **07. 01. 2002**
R. Dahms

10. Übungsblatt zur Mafi I

Aufgabe 36: Seien $f, g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ zwei stetige Funktionen. Beweisen Sie anhand der Definition die Stetigkeit der Komposition $f \circ g$. **3 Punkte**

Aufgabe 37: Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf Stetigkeit im Punkt $x_0 = 0$

(a) $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \begin{cases} \cos(\frac{1}{x}), & x \neq 0 \\ 1, & x = 0, \end{cases}$

(b) $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $g(x) = \begin{cases} x\cos(\frac{1}{x}), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0. \end{cases}$

2+4 Punkte

Aufgabe 38: Zeigen Sie, daß die Funktion $f\colon (0,1) \to \mathbb{R}$ mit $f(x) := x$ kein Minimum besitzt.
Hinweis: Indirekter Beweis. **3 Punkte**

Aufgabe 39: Sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine in $a \in \mathbb{R}$ stetige Funktion mit $f(a) > 0$. Zeigen Sie mit Hilfe der ε, δ–Definition der Stetigkeit (11.8 im Skript), daß es eine δ–Umgebung $U = (a - \delta, a + \delta)$ um a gibt, mit $f(x) > 0$ für alle $x \in U$. **4 Punkte**

Aufgabe 40: Beweisen Sie, daß

$$\sinh\colon [-1,1] \to \left[-\frac{1}{2}(e - \frac{1}{e})\ ,\ \frac{1}{2}(e - \frac{1}{e})\right] \quad \text{mit} \quad \sinh(x) := \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

eine stetige Umkehrfunktion besitzt, und berechnen Sie diese. **4 Punkte**

Abgabe: Spätestens zu Beginn der Übung am 17. 01. 2002.

Weitere Informationen zur Vorlesung sind unter **www.math.tu-berlin.de/~mafi1** zu finden.